

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
ПО КУРСУ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И РЯДЫ»,
НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»,
2 КУРС, 1 СЕМЕСТР 2010-2011 УЧЕБНОГО ГОДА

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. Пространство \mathbb{R}^n , норма, лемма об оценке нормы. Ограниченное множество, критерий ограниченности. Сходимость последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши в случае пространства \mathbb{R}^n . Шар в пространстве \mathbb{R}^n , ε -окрестность, открытое множество. Открытость шара в пространстве \mathbb{R}^n . Кривая в пространстве, линейно связное множество, область. Предельная точка множества, изолированная точка множества. Замкнутое множество, граница множества, замыкание множества. Замкнутая область. Критерий замкнутости и ограниченности множества.

Функция, предел функции в точке. Окрестность точки. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции. Теорема Вейерштрасса. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

Частные производные. Приращение функции. Дифференцируемость в точке. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Производная сложной функции.

Неявные функции. Теорема о неявной функции (б/д).

Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных (б/д). Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Критерий неопределенности квадратичной формы от двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума (б/д).

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ

Функциональные последовательности. Сходимость в точке, поточечная сходимость, предельная функция. Равномерная сходимость. Прямое определение неравномерной сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

Функциональные ряды. Сходимость и абсолютная сходимость функционального ряда в точке и на промежутке. Определение равномерной сходимости ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда, достаточное условие равномерной сходимости ряда. Признак Вейерштрасса. Признак Дирихле. Признак Абеля.

Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов. Теорема о непрерывности предельной функции в точке. Следствие о непрерывности предельной функции на отрезке. Следствия для рядов. Теорема об интегрировании функциональной последовательности. Следствие для рядов. Теорема о дифференцировании функциональной последовательности, следствие для рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля о степенных рядах, следствия. Теорема о промежутке сходимости, радиус сходимости. Теорема о вычислении радиуса сходимости.

Ряд Тейлора. Функция, задаваемая степенным рядом (три леммы и теорема). Теорема о сходимости ряда Тейлора.

Двойные интегралы. Клетки на плоскости, мера клетки, свойства клеток. Клеточные множества, мера клеточного множества, лемма о корректности определения меры. Свойства клеточных множеств. Квадрируемость (измеримость по Жордану), мера Жордана. Лемма о множествах нулевой меры. Критерий измеримости множества (без доказательства). Свойства меры Жордана.

Двойной интеграл. Определение двойного интеграла, суммы Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Свойства двойного интеграла. Сведение кратных интегралов к повторным (случай прямоугольника, общий случай). Понятие о замене переменных в двойном интеграле.

Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы первого рода. Криволинейные интегралы второго рода. Теорема о вычислении криволинейного интеграла второго рода. Критерий независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Признак точного дифференциала (обратное утверждение для случая прямоугольника).