

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
ПО КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»,
НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ
«ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»,
1 КУРС, 1 СЕМЕСТР 2011-2012 УЧЕБНОГО ГОДА

Вещественные числа, промежутки. Модуль числа и его свойства. Функции sign , «пол» и «потолок». Аксиома полноты. Ограниченные множества, верхняя и нижняя грани. Свойства ограниченных множеств. Максимальный (минимальный) элемент, единственность. Точная верхняя (нижняя) грань и их существование.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. Определение последовательности. Сходимость последовательности, единственность предела. Свойства пределов и сходящихся последовательностей (ограниченность сходящейся последовательности, сумма, разность и произведение сходящихся последовательностей). Свойства последовательностей, связанные с неравенствами. Сходимость последовательности $\{1/a_n\}$. Теорема о трех последовательностях.

Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей. Бесконечно большие последовательности.

МОНОТОННЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. Основные определения (возрастающая последовательность, строго возрастающая последовательность и т.д.). Критерий сходимости возрастающей последовательности. Случай убывающей и монотонной последовательности.

Число e . Неравенство Бернулли. Доказательство существования предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Лемма о вложенных отрезках.

ПОДПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. Подпоследовательность сходящейся последовательности. Частичный предел. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Понятия верхнего и нижнего пределов. Фундаментальность последовательности, критерий Коши сходимости последовательности. Расходимость гармонической последовательности.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. Окрестность точки, выколота окрестность. Определение предела. Односторонние пределы в конечной точке. Пределы при $x \rightarrow \pm\infty$.

Единственность предела. Локальная ограниченность функции в случае существования предела. Теоремы о пределе (сумма, разность, умножение на константу, произведение и частное). Теорема о предельном переходе в неравенстве. Аналог теоремы о трех последовательностях.

Монотонные функции. Теорема существования односторонних пределов монотонной функции.

Нахождение пределов $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ и $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$. Бесконечно малая и бесконечно большая функции. Критерий Коши существования предела функции.

Непрерывность функции в точке. Формулировка на языке $\varepsilon - \delta$. Функции, непрерывные на промежутке. Арифметические операции с непрерывными функциями. Точки разрыва, классификация точек разрыва. Теорема о непрерывности суперпозиции непрерывных функций.

СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, НЕПРЕРЫВНЫХ НА ОТРЕЗКЕ. Теорема Вейерштрасса, следствие. Теорема о промежутках. Теорема о нулевом значении непрерывной функции, следствие.

Теорема об обратной функции (без доказательства). Равномерно непрерывные функции, теорема Кантора. Нахождение пределов

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x}.$$

Эквивалентные функции. Замена функции на эквивалентную. Достаточное условие эквивалентности. Основные эквивалентности. Символы O и o .

Производная функции в точке. Непрерывность функции в точке, в которой она имеет производную. Односторонние производные. Производная функции на промежутке. Касательная к кривой, уравнение касательной. Дифференцируемость функции, связь с существованием производной. Свойства производной (сумма функций, произведение функции на число, произведение и частное функций). Теорема о производной обратной функции. Производные функций $\arcsin x$, $\operatorname{arctg} x$. Производная сложной функции.

Производные высших порядков.

ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.

Правило Лопиталю в случае неопределенности вида $0/0$.

Критерий постоянства функции. Критерий монотонности функции. Критерий строгой монотонности функции (лемма и теорема).

ТИПЫ ПРИМЕРОВ В ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТАХ:

- нахождение пределов функций;
- нахождение производных функций, включая производные неявных функций.